51:337(075.8)
В611

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІНІСТЕРСТВО КУЛЬТУРИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КУЛЬТУРИ І МИСТЕЦТВ

Л. В. Вовк

МАТЕМАТИЧНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Навчальний посібник

331963

КНУКіМ
БІБЛІОТЕКА

Київ
Видавництво Ліра-К
2017

ЧЗ

УДК 330.4 (075)
В 611

Рецензенти:

В. Г. Самойленко – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичної фізики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка;

Д. В. Солоха – доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економіки Київського національного університету культури і мистецтв;

Н. В. Касьянова – доктор економічних наук, професор кафедри економічної кібернетики Київського національного авіаційного університету.

Рекомендовано до друку Вченою радою
Київського національного університету культури і мистецтв
протокол № 2 від 08 вересня 2017 року

Вовк Л. В.

В 611 **Математичний інструментарій моделювання економічних процесів** : навч. посіб. / Л. В. Вовк – Київ : Видавництво Ліра-К, 2017. – 252 с.

ISBN 978-617-7507-66-5

Навчальний посібник складено відповідно до державних стандартів вищої освіти за освітньо-професійною програмою підготовки фахівців галузей знань «Соціальні поведінкові науки» (спеціальності «Економіка», «Соціологія», «Міжнародні економічні відносини»), «Управління й адміністрування» (спеціальності «Фінанси, банківська справа та страхування», «Облік і оподаткування», «Маркетинг», «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність», «Менеджмент»). Також посібник може використовуватися при підготовці фахівців інших спеціальностей. Практичні заняття передбачають набуття студентами навичок, необхідних для розв'язання теоретичних і практичних завдань економіки з застосуванням математичного інструментарію досліджень; побудови економіко-математичних оптимізаційних й економетричних моделей; подальшого вивчення студентами дисциплін циклів природничо-наукової, загальноекономічної і професійної підготовки.

Робочий зошит призначено для індивідуальної роботи студентів. Корисний для студентів, які навчаються дистанційно чи заочно, оскільки до кожного завдання наведено методичні вказівки, у яких зазначено теоретичні положення, основні поняття, формули, теореми й алгоритми, які можуть допомогти студенту повторити вивчений матеріал чи самостійно засвоїти новий.

УДК 330.4 (075)

ISBN 978-617-7507-66-5

© Л. В. Вовк, 2017
© Видавництво Ліра-К, 2017

ЗМІСТ

Вступ 3

ТЕМА 1. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ МАТРИЦЬ ТА ВИЗНАЧНИКІВ

Практичне заняття № 1. Матриці, дії з ними 5

Практичне заняття № 2. Ранг матриці. Обернені матриці 14

Практичне заняття № 3. Визначники другого, третього та вищих порядків. Властивості визначників 25

ТЕМА 2. ЗАГАЛЬНА ТЕОРІЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Практичне заняття № 4. Розв'язання неоднорідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера та матричним методом 32

Практичне заняття № 5. Розв'язання неоднорідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса та методом Гаусса-Жордана з використанням розрахункових таблиць 42

ТЕМА 3. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

Практичне заняття № 6. Вектори. Векторні простори. Розклад вектора за базисом 52

Практичне заняття № 7. Аналітична геометрія на площині. Різновиди рівняння прямої лінії на площині 61

Практичне заняття № 8. Лінії другого порядку 72

ТЕМА 4. ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Практичне заняття № 9. Функціональна залежність. Основні елементарні функції. Властивості функцій 84

Практичне заняття № 10. Знаходження границь послідовностей 91

Практичне заняття № 11. Знаходження границь функцій. Дослідження функцій на неперервність 98

ТЕМА 5. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

Практичне заняття № 12. Знаходження похідних функцій 104

Практичне заняття № 13. Диференціал функції. Застосування диференціала до наближених обчислень 113

Практичне заняття № 14. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопіталя. Розклад функцій в ряд Тейлора та Маклорена 118

Практичне заняття № 15. Дослідження функцій та побудова їх графіків 125

ТЕМА 6. ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

Практичне заняття № 16. Функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних 139

Практичне заняття № 17. Частинні похідні функцій багатьох змінних.

Похідні вищих порядків. Повний диференціал ... 147
Практичне заняття № 18. Екстремуми функцій двох змінних ... 156
Практичне заняття № 19. Знаходження умовного екстремуму функції двох змінних методом Лагранжа ... 161
Практичне заняття № 20. Визначення параметрів функціональної залежності методом найменших квадратів ... 169
ТЕМА 7. ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ
Практичне заняття № 21. Невизначений інтеграл. Метод безпосереднього інтегрування, метод інтегрування заміною змінних ... 176
Практичне заняття № 22. Невизначений інтеграл. Метод інтегрування частинами, інтегрування дробово-раціональних функцій ... 184
Практичне заняття № 23. Невизначений інтеграл. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій ... 193
Практичне заняття № 24 . Визначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца. Методи обчислення визначених інтегралів: заміна змінних та формула інтегрування частинами ... 197
Практичне заняття № 25. Геометричне застосування визначеного інтеграла: обчислення площі плоскої фігури, довжини дуги плоскої кривої, об'єму та площі поверхні тіла обертання ... 203
ТЕМА 8. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ
Практичне заняття № 26. Диференціальні рівняння. Загальний розв'язок. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремленими змінними ... 212
Практичне заняття № 27. Лінійні та однорідні диференціальні рівняння ... 219
ТЕМА 9. ЧИСЛОВІ РЯДИ
Практичне заняття № 28. Числові ряди. Ознаки збіжності рядів ... 225
Додатки ... 233
Відповіді до завдань та вказівки ... 242
Література ... 248